一般入学選考 A　数学　（2日目）

【問題1】

(1)　$\sqrt{8-\sqrt{60}}$ を計算しなさい。

(2)　$x=\sqrt{2}-2$ のとき $2x+|3x+1|$ の値を求めなさい。

(3)　$3x^2+8xy+4y^2-5x-6y+2$ を因数分解しなさい。

(4)　不等式 $x-3<5x+\frac{1}{2}\leqq 4+x+a$ を満たす整数 x がちょうど 4 個存在するような定数 a の値の範囲を求めなさい。

(5)　自然数 a と b の最大公約数は 15、最小公倍数は 630 である。$a>b$ かつ a と b の差が 15 以下であるような a と b の値を求めなさい。

【問題２】

次の表は、A 組の生徒 10 人と B 組の生徒 10 人に数学の小テスト（10 点満点）を行ったときの得点を並べたものである。このとき、次の問いに答えなさい。

A 組	5	3	7	10	4	8	9	9	6	2
B 組	9	4	8	6	5	9	8	4	6	7

(1)　A 組の得点の中央値、最頻値、平均値を求めなさい。

(2)　B 組の得点について、第 1 四分位数、第 2 四分位数、第 3 四分位数、四分位範囲を求めなさい。

(3)　A 組の得点について、箱ひげ図を書きなさい。

【問題３】

円に内接する四角形ABCDにおいて、AB＝2、AD＝3、CD＝5、外接円の中心をOとしたとき、点Bを含む円弧ACの中心角∠AOCは120°である。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) △ACDの面積を求めなさい。

(2) ACの長さを求めなさい。

(3) 外接円の半径を求めなさい。

(4) BCの長さを求めなさい。

【問題４】

　サイコロを２回投げるとき、次の問いに答えなさい。なお、サイコロの出る目はいずれも同様に確からしいとします。

⑴　出る目の和が４の倍数になる場合は、何通りあるか答えなさい。

⑵　出る目の和が４の倍数になる確率を求めなさい。

⑶　１と２の目が出る確率を求めなさい。

⑷　出る目の最大値が３となる確率を求めなさい。

一般Ａ(2 日目)選択科目「数学」解答

【問題 1 解答】

(1) $\sqrt{8-\sqrt{60}}=\sqrt{8-2\sqrt{15}}=\sqrt{5+3-2\sqrt{5\times 3}}=\sqrt{5}-\sqrt{3}$ ……（答）

(2) $3x+1$ に $x=\sqrt{2}-2$ を代入すると

$$3x+1=3\sqrt{2}-6+1=3\sqrt{2}-5$$

となり、負の値となる。このことから、$|3x+1|=-(3x+1)$となる。

したがって

$$2x+|3x+1|=2x-(3x+1)$$
$$=1-\sqrt{2}$$ ……（答）

(3) x について整理すると、

$$3x^2+(8y-5)x+4y^2-6y+2=3x^2+(8y-5)x+(2y-2)(2y-1)$$
$$=(3x+2y-2)(x+2y-1)$$ ……（答）

(4) $x-3<5x+\frac{1}{2}$より$x>-\frac{7}{8}$ 、

$5x+\frac{1}{2}\leqq 4+x+a$より$x\leqq\frac{7+2a}{8}$であるから、

$$-\frac{7}{8}<x\leqq\frac{7+2a}{8}$$

この不等式を満たす整数 x が 4 個存在するならば、それは 0、1、2、3 となる。したがって、x の上限にあたる $\frac{7+2a}{8}$ は

$$3\leqq\frac{7+2a}{8}<4$$

でなければならない。したがって、

$8.5 \leqq a < 12.5$ ……（答）

(5) 最大公約数 $15 = 3 \times 5$、最小公倍数 $630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$ であるから、

自然数 a と b の約数は$15 = 3 \times 5$を含み、2、3、7 の組み合わせによって以下のようになる。

$15 \times 2 \times 3 \times 7$ と 15×1、$15 \times 2 \times 3$ と 15×7、

$15 \times 2 \times 7$ と 15×3、$15 \times 3 \times 7$ と 15×2

自然数 a と b の差は 15 以下であるから、$15 \times 2 \times 3$ と 15×7 の組み合わせのみがあてはまる。$a > b$ であるから

$a = 15 \times 7 = 105$ ……（答）

$b = 15 \times 2 \times 3 = 90$ ……（答）

【問題 2 解答】

(1) 昇順で並べ替えると、次のようになる。

A 組	2	3	4	5	6	7	8	9	9	10

中央値は 5 番目と 6 番目の得点を平均して求めると、

$\frac{6+7}{2} = 6.5$……（答）

最頻値は 9 点を取った 2 人が最も人数が多いことから、9……（答）

平均値は、$\frac{2+3+4+5+6+7+8+9+9+10}{10} = 6.3$……（答）

(2) 昇順で並べ替えると、次のようになる。

B 組	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9

よって、

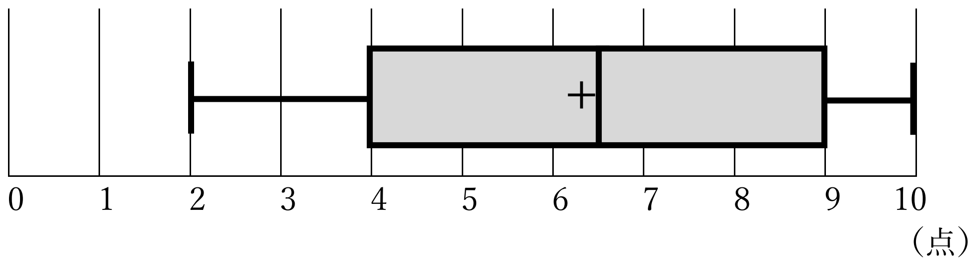
第 1 四分位数は 5……（答）

第 2 四分位数は$\frac{6+7}{2} = 6.5$……（答）

第 3 四分位数は 8……（答）

四分位範囲は 3……（答）

(3) A 組の最小値は 2、第 1 四分位数は 4、中央値は 6.5、第 3 四分位数は 9、
最大値は 10 より、箱ひげ図は次のようになる。



【問題 3 解答】

(1) 点 D は外接円上にあり、∠ADC は点 B を含む円弧 AC に対する円周角であるから、その角度は円周角の定理より中心角 120° の半分、つまり、 60° である。

したがって、△ACD の面積は、

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\mathrm{AD}\times\mathrm{CD}\times\sin\angle\mathrm{ADC}$$

$$=\frac{1}{2}\times3\times5\times\sin60^\circ$$

$=\frac{15\sqrt{3}}{4}$ ……（答）

(2) ACD について、余弦定理より、

$$\begin{aligned}\mathrm{AC}^2&=\mathrm{AD}^2+\mathrm{CD}^2-2\mathrm{AD}\times\mathrm{CD}\cos\angle\mathrm{ADC}\\&=3^2+5^2-2\times3\times5\cos60^\circ\\&=19\end{aligned}$$

したがって、AC の長さは

$\mathrm{AC}=\sqrt{19}$ ……（答）

(3) 外接円の半径を R とすると、△ADC について、正弦定理より、

$$\frac{\mathrm{AC}}{\sin\angle\mathrm{ADC}}=2\mathrm{R}$$

$$\frac{\sqrt{19}}{\sin60^\circ}=2\mathrm{R}$$

$\mathrm{R}=\frac{\sqrt{57}}{3}$ ……（答）

(4) BC の長さを求めなさい。

内接する四角形の対角の和が 180° であるから∠ABC は 120° となる。

ここで、△ABC について余弦定理より、

$$\mathrm{AC}^2 = \mathrm{AB}^2 + \mathrm{BC}^2 - 2\mathrm{AB} \times \mathrm{BC}\cos\angle\mathrm{ABC}$$
$$19 = 2^2 + \mathrm{BC}^2 - 2 \times 2 \times \mathrm{BC}\cos 120°$$
$$(\mathrm{BC} + 5)(\mathrm{BC} - 3) = 0$$

$$\mathrm{BC} = 3、\ -5$$

となり、

$$\mathrm{BC} = 3\cdots\cdots（答）$$

【問題 4 解答】

(1) 4 の倍数になるのは和が 4、8、12 のときである。
和が 4 になるのは、(1, 3), (2, 2), (3, 1) の 3 通り
和が 8 になるのは、(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2) の 5 通り
和が 12 になるのは、(6, 6) の 1 通り

よって，合計すると 9 通り……（答）

(2) $\frac{3+5+1}{36} = \frac{1}{4}$……（答）

(3) (1, 2), (2, 1) の 2 通りなので、$\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$……（答）

(4) $(1, 3)$ $(2, 3)$ $(3, 3)$ $(3, 2)$ $(3, 1)$の 5 通りあるので、$\frac{5}{36}$