推薦入学選考Ⅱ期　数学　「基礎学力調査」

【問題１】

⑴　234 と 306 の最大公約数を求めなさい。

⑵　$(x-y)(2x+y)(2x-3y)$ を展開しなさい。

⑶　次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} y = -2x+9 \\ y = x+6 \end{cases}$$

⑷　$\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$ の分母を有理化しなさい。

⑸　10 進数 2018 を 8 進数で表しなさい。

【問題２】

放物線 C：$y=x^2-6x+8$ について、次の問いに答えなさい。

(1)　C と x 軸との共有点の座標を求めなさい（共有点は２つあります）。

(2)　C を x 軸方向に 1、y 軸方向に 1 平行移動した放物線の式を求めなさい。

(3)　C と直線 $y=2x+k$（k は定数）とが接するとき、定数 k の値を求めなさい。

【問題３】

一辺 a の立方体の内部に、立方体のすべての面に内接する球がある。また、立方体の最も長い対角線の１本を AB、AB に垂直な平面を P とする。現在、線分 AB と平面 P は点 A で交わっており、その後平面 P は AB との垂直を保ったまま、立方体の内部に移動していく。

⑴　AB の長さを求めなさい。

⑵　平面 P が球に接するまでに移動した距離を求めなさい。

⑶　⑵の時、平面 P が切り取る立方体の一部はどんな形状をしていますか。次の文に適切な言葉を補い、解答欄に記しなさい。

点 A を頂点とする【ア】で、各側面はすべて合同であり、その形状は【イ】である。

【問題４】

ある高校文系コース 100 人の生徒のうち、英語が好きな生徒は 70 人、古典が好きな生徒は 60 人、どちらも好きである生徒は 40 人である。次の設問に答えなさい。

⑴　英語も古典も好きでない生徒の数を求めなさい。

⑵　生徒 1 人を選んだとき、その生徒が英語が好きである確率を求めなさい。

⑶　英語が好きな生徒を 1 人選んだとき、その生徒は古典が好きでない確率を求めなさい。

⑷　英語が好きでない生徒を 1 人選んだとき、その生徒は古典が好きである確率を求めなさい。

推薦Ⅱ期選択科目「数学」　解答

【問題 1 解答】

(1) $234 = 2 \times 3^2 \times 13$

$306 = 2 \times 3^2 \times 17$

よって、$2 \times 3^2 = 18$……(答)

(2) $(2x^2 - xy - y^2)(2x - 3y)$

$= 4x^3 - 2x^2y - 2xy^2 - 6x^2y + 3xy^2 + 3y^3$

$= 4x^3 - 8x^2y + xy^2 + 3y^3$……(答)

(3) $-2x + 9 = x + 6$、$y = -2 + 9 = 7$

よって、$x = 1, y = 7$……(答)

(4) $\frac{2\sqrt{3}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = \sqrt{3}\left(\sqrt{7} - \sqrt{5}\right)$……(答)

(5) $2018 \div 8 = 252$ 余り 2

$252 \div 8 = 31$ 余り 4

$31 \div 8 = 3$ 余り 7

$3 \div 8 = 0$ 余り 3

よって、3742……(答)

【問題 2 解答】

(1) $x^2 - 6x + 8 = 0$

$(x - 4)(x - 2) = 0$より、$(4, 0), (2, 0)$……(答)

(2) $y = (x - 3)^2 - 1$より、x 軸方向に 1、y 軸方向に 1 平行移動すると

$y = (x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$……(答)

(3) $x^2 - 6x + 8 = 2x + k$より、$x^2 - 8x + 8 - k = 0$

この 2 次方程式の判別式が$D = 64 - 4(8 - k) = 0$となることから、

$k = -8$……(答)

【問題 3 解答】

(1) 立方体の底面の対角線の長さは$\sqrt{2}a$

AB と底面の対角線と立方体の 1 辺が直角三角形となっているため、

$AB = \sqrt{a^2 + 2a^2} = \sqrt{3}a$……(答)

(2) 立方体のすべての面に内接することから、球の半径は$\frac{a}{2}$。線分 AB と球の表面が交わる点のうち A に近い方の点を C、球の中心を O とすると、線分 AB は O を通り O によって等分されるので、線分 AC の長さは、線分 AO から球の半径を引いたものに等しい。すなわち、

$\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}a\right) - \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}a$……(答)

(3) ア：三角錐、イ：直角二等辺三角形……(答)

【問題 4 解答】

(1) $100 - (70 + 60 - 40) =$10……(答)

(2) $\frac{70}{100} = 0.7$……(答)

(3) $\frac{30}{70} = \frac{3}{7}$……(答)

(4) $\frac{60}{90} = \frac{2}{3}$……(答)